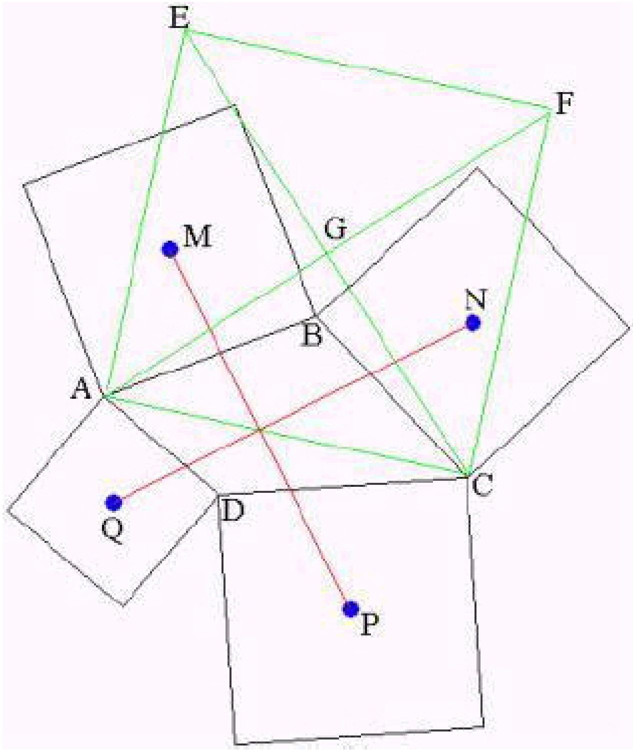


Soit $S_A$ la similitude directe qui transforme M en B.
Soit $S_C$ la similitude directe qui transforme B en N.
Soit $S'_C$ la similitude directe qui transforme P en D.
Soit $S'_A$ la similitude directe qui transforme D en Q.
$S_A$ a pour rapport $\sqrt{2}$ et pour angle - $\frac{\pi}{4}$ et $S_C$ a pour rapport $\frac{1}{\sqrt{2}}$ et pour angle - $\frac{\pi}{4}$.
Donc $S_C \circ S_A$ est une similitude directe de rapport 1 et d'angle - $\frac{\pi}{2}$. (1)
$S'_A$ a pour rapport $\frac{1}{\sqrt{2}}$ et pour angle - $\frac{\pi}{4}$ et $S'_C$ a pour rapport $\sqrt{2}$ et pour angle - $\frac{\pi}{4}$.
Donc $S'_A \circ S'_C$ est une similitude directe de rapport 1 et d'angle - $\frac{\pi}{2}$. (2)
$S_A(A) = A$ et $S_C(A) = G$ donc $S_C \circ S_A(A) = G$
$S'_C(A) = E$ et $S'_A(E) = G$ donc $S'_A \circ S'_C(A) = G$
donc $S_C \circ S_A(A) = S'_A \circ S'_C(A)$ (3)
D'après (1), (2) et (3), $\boxed{S_C \circ S_A = S'_A \circ S'_C}$
$S_A(M) = B$ et $S_C(B) = N$ donc $S_C \circ S_A(M) = N$
$S'_C(P) = D$ et $S'_A(D) = Q$ donc $S'_A \circ S'_C(P) = Q$ donc $S_C \circ S_A(P) = Q$
On en tire $S_C \circ S_A([MP]) = [NQ]$.
Alord, d'après (1), $\boxed{MP = NQ \text{ et } (MP) \perp (NQ)}$